

推理与证明——数学归纳法

- 【例题】（2014年陕西理21（I））设函数 $f(x) = \ln(1+x)$, $g(x) = xf'(x), x \geq 0$, 其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数. 令 $g_1(x) = g(x)$, $g_{n+1}(x) = g(g_n(x))$, $n \in \mathbf{N}_+$, 求 $g_n(x)$ 的表达式.

- 【例题】（2014年广东理19）设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $S_n = 2na_{n+1} - 3n^2 - 4n, n \in \mathbf{N}^*$, 且 $S_3 = 15$
 (1) 求 a_1, a_2, a_3 的值;
 (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

- 【例题】（2014年江苏23（附加题））已知函数 $f_0(x) = \frac{\sin x}{x} (x > 0)$, 设 $f_n(x)$ 为 $f_{n-1}(x)$ 的导数, $n \in \mathbf{N}^*$
 (1) 求 $2f_1(\frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2}f_2(\frac{\pi}{2})$ 的值
 (2) 证明: 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 等式 $\left|nf_{n-1}(\frac{\pi}{4}) + \frac{\pi}{4}f_n(\frac{\pi}{4})\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 都成立.