数学归纳法（上）

【例题】用数学归纳法证明不等式

“$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{2n}>\frac{13}{24},(n>2)$”的过程中，

由$n=k$到$n=k+1$时,不等式的左边（ ）

A、增加了一项$\frac{1}{2(k+1)}$

B、增加了两项$\frac{1}{2k+1}+\frac{1}{2(k+1)}$

C、增加了一项$\frac{1}{2(k+1)}$，又减少了一项$\frac{1}{k+1}$

D、增加了两项$\frac{1}{2k+1}+\frac{1}{2(k+1)}$，又减少了一项$\frac{1}{k+1}$

【例题】在数列$\{a_n\}$中，$a_n=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}$，

则$a_{k+1}=$（ ）.

A、$a_k+\frac{1}{2k+1}$　B、$a_k+\frac{1}{2k+2}-\frac{1}{2k+4}$

C、$a_k+\frac{1}{2k+2}$　D、$a_k+\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+2}$

【例题】（2007年上海理15）设$f(x)$是定义在正整数集上的函数，且$f(x)$满足：“当$f(k)\geqslant k^2$成立时，总可推出$f(k+1)\geqslant(k+1)^2$成立”．那么，下列命题总成立的是（ ）．

A、若$f(1)<1$成立，则$f(10)<100$成立

B、若$f(2)<4$成立，则$f(1)\geqslant 1$成立

C、若$f(3)\geqslant 9$成立，则$k\geqslant 1$时，均有$f(k)\geqslant k^2$成立

D、若$f(4)\geqslant 25$成立，则当$k\geqslant 4$时,均有$f(k)\geqslant k^2$成立

【例题】求证：$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

【例题】已知$n\in N^*, n\geq 2$，

求证：$1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}$

【例题】设n是任意正整数，求证：n^3+5n能被6整除.