

## 导数综合练习

【例1】（2013年江西理13）设函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内可导，且 $f(e^x) = x + e^x$ ，则 $f'(1) =$ \_\_\_\_\_。

【例2】（2013年新课标II卷理11、文12）已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，下列结论中错误的是（ ）

A.  $\exists x_0 \in R, f(x_0) = 0$   
 B. 函数 $y = f(x)$ 的图像是中心对称图形  
 C. 若 $x_0$ 是 $f(x)$ 的极小值点，则 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, x_0)$ 上单调递减  
 D. 若 $x_0$ 是 $f(x)$ 的极值点，则 $f'(x_0) = 0$

【例3】（2013年福建理8、文12）设函数 $f(x)$ 的定义域为 $R$ ， $x_0 (x_0 \neq 0)$ 是 $f(x)$ 的极大值点，以下结论一定正确的是（ ）

- A.  $\forall x \in R, f(x) \leq f(x_0)$   
 B.  $-x_0$ 是 $f(-x)$ 的极小值点  
 C.  $-x_0$ 是 $-f(x)$ 的极小值点  
 D.  $-x_0$ 是 $-f(-x)$ 的极小值点

【例4】（2013年浙江理8）已知 $e$ 为自然对数的底数，设函数 $f(x) = (e^x - 1)(x - 1)^k (k = 1, 2)$ ，则（ ）

- A. 当 $k = 1$ 时， $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极小值  
 B. 当 $k = 1$ 时， $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极大值  
 C. 当 $k = 2$ 时， $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极小值  
 D. 当 $k = 2$ 时， $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极大值

【例5】（2013年四川理21、文21）已知函数

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a, & x < 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases},$$

其中 $a$ 是实数. 设 $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$ 为该函数图象上的两点，且 $x_1 < x_2$ .

- (I) 指出函数 $f(x)$ 的单调区间；  
 (II) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 $A, B$ 处的切线互相垂直，且 $x_1 < 0$ ，求 $x_2 - x_1$ 的最小值；  
 (III) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 $A, B$ 处的切线重合，求 $a$ 的取值范围.