空间向量分解定理

【例1】$\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$是空间向量的一个基底，设$\vec{p}=\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{q}=\vec{b}+\vec{c}$，$\vec{r}=\vec{c}+\vec{a}$，给出下列向量组：

①$\{\vec{a},\vec{b},\vec{p}\}$，②$\{\vec{b},\vec{c},\vec{r}\}$，③$\{\vec{p},\vec{q},\vec{r}\}$，

④$\{\vec{p},\vec{q},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\}$

其中可以作为空间向量基底的向量组有（　）组。

【例2】有以下命题，其中正确的命题是______________

①若向量$\vec{a},\vec{b}$与任何向量不能构成空间向量的一组基底，那么$\vec{a},\vec{b}$的关系是不共线；

② O,A,B,C为空间四点，且向量$\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$不构成空间的一个基底，那么点$O,A,B,C$一定共面；

③已知向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$是空间的一个基底，则向量$\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-\vec{b},\vec{c}$也是空间的一个基底.

【例3】已知不共面的向量$\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{OD}=a\overrightarrow{OA}+b\overrightarrow{OB}+c\overrightarrow{OC}$。求证：点$D$与$A,B,C$共面的充要条件是$a+b+c=1$。

【例4】已知A,B,C三点不共线，M,A,B,C四点共面，则对平面ABC外的任一点O，有$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OC}$，则$t=$_______

【例5】已知四面体$PABC$及点O，满足

$\overrightarrow{PO}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，求证：$O$是$\Delta ABC$的重心。