数列与不等式综合(二)

【内容简介】

1. 数列与不等式综合练习题目

【例4】 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n.已知$a_1=a, a_{n+1}=S_n+3^n, n\in N^*$.

(1)设$b_n=S_n-3^n$,求数列$\{b_n\}$的通项公式;

(2)若$a_{n+1}\geq a_n, n\in N^*$,求$a$的取值范围.

【例5】 数列$\{a_n\}$是等差数列,其前n项和为S_n,$a_3=7, S_4=24$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设p, q都是正整数,且$p\neq q$, 证明: $S_{p+q}<\frac{1}{2}(S_{2p}+S_{2q})$.

【例6】 已知正项等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n, 若$S_3=12$,且$2a_1, a_2, a_3+1$成等比数列.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)记$b_n=\frac{a_n}{3^n}$的前n项和为T_n, 求证: $T_n<\frac{5}{4}$.

【例7】 已知公差不为0的等差数列$\{a_n\}$的首项a_1为$a(a\in R)$设数列的前n项和为S_n,且$\frac{1}{a_1},\frac{1}{a_2},\frac{1}{a_4}$成等比数列.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$的通项公式及S_n;

【例7】 (Ⅱ)记$A_n=\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}$，$B_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2^{n-1}}}$,

当$n\geq2$时,试比较A_n与B_n的大小.

【例8】已知数列$\{a_n\},\{b_n\}$满足: $a_1=\frac{1}{4},a_n+b_n=1,b_{n+1}=\frac{b_n}{1-a_n^2}$

(1)求b_1,b_2,b_3,b_4;

(2)求数列$\{b_n\}$的通项公式;

(3)设$S_n=a_1\cdot a_2+a_2\cdot a_3+\ldots+a_n\cdot a_{n+1}$,若$4a\cdot S_n>b_n$对$n\in N^*$恒成立,求实数$a$的取值范围.

数学演义

冯·诺依曼
John von Neumann，
1903年12月28日~1957年2月8日
匈牙利裔美籍数学家 计算机学家
物理学家 化学家
“计算机之父”、“博弈论之父”